

Signature of the Invigilator



Marks obtained

# TRIPURA MATHEMATICAL SOCIETY

## Mathematical Olympiad - 2025

Full Marks : 60

Time : 2 hours

Roll No. of the Candidate (পরীক্ষার্থীর রোল নম্বর) : \_\_\_\_\_

All questions are compulsory. Calculation sheets are to be attached with the paper

### Section - A (16 x 2 = 32 marks)

**Underline the correct answer. Half-mark will be deducted for each wrong marking.**

1. Fundamental theorem of Arithmetic is

- (a) Given positive integers  $a$  and  $b$ , there exist unique integers  $q$  and  $r$  satisfying  $a = bq + r$ ,  $0 \leq r < b$ .  
(b) Given a prime number 'p' and 'a' positive number 'a', if 'p' divides 'a<sup>2</sup>', then 'p' divides 'a' also.  
(c) Every composite number can be expressed as the product of primes and this factorisation is unique except for the order in which the prime factors occur.  
(d)  $n^2 - n$  is divisible by 2, for any positive integer  $n$ .

পাটিগণিতের মৌলিক উপপাদ্যটি হল –

(a) প্রদত্ত দুটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা  $a$  এবং  $b$  এর জন্য অনন্য অখণ্ড সংখ্যা  $p$  ও  $r$  থাকবে, যারা  $a = bq + r$ ,  $0 \leq r < b$  শর্তটিকে মান্য করবে।

(b) যদি একটি মৌলিক সংখ্যা  $p$  দিয়ে  $a^2$  বিভাজ্য হয়, যেখানে  $a$  একটি ধনাত্মক সংখ্যা, তবে  $a$  সংখ্যাটিও 'p' দিয়ে বিভাজ্য হবে।

(c) যে কোন যৌগিক সংখ্যাকে কতকগুলো মৌলিক সংখ্যার গুণফল হিসেবে প্রকাশ করা যাবে এবং এই উৎপাদকে বিশ্লেষণ প্রক্রিয়াটি হবে অনন্য, শুধুমাত্র উৎপাদকগুলোর ক্রম বাদ দিয়ে।

(d) প্রতিটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা  $n$  এর জন্য  $n^2 - n$  সর্বদা 2 দিয়ে বিভাজ্য হবে।

2. For polynomial  $ax^2 + bx + c$ , if  $a > 0$ , then the graph of the parabola  $y = ax^2 + bx + c$  will open

$a > 0$  এবং বহুপদ রাশিমালা  $ax^2 + bx + c$  এর জন্য  $y = ax^2 + bx + c$  অধিবৃত্তটির লেখচিত্র খোলা থাকবে

- (a) upward (উপরদিকে) (b) downward (নীচদিকে) (c) rightward (ডানদিকে) (d) leftward (বামদিকে)

3. If the sum of the squares of the zeros of the quadratic polynomial  $x^2 - px + 70$  is equal to 149, then the value of 'p' is

যদি  $x^2 - px + 70$  এই দ্বিঘাত রাশিমালার শূন্যগুলোর বর্গের যোগফল 149 হয়, তবে  $p$  এর মান হবে।

- (a)  $\pm 16$  (b)  $\pm 17$  (c)  $\pm 18$  (d)  $\pm 19$

4. A person walks from his home at a speed of 4 km/hour and reached school 5 minutes late. If his speed has been 5 km / hour, he would have reached 10 minutes earlier. The distance of school from his house is

একজন লোক তাঁর বাড়ী থেকে 4 কিমি / ঘন্টা বেগে হেঁটে গেলে স্কুলে পৌঁছতে নির্ধারিত সময়ের 5 মিনিট দেরীতে পৌঁছায়। যদি সে 5 কিমি / ঘন্টা বেগে হাঁটতো, তবে নির্ধারিত সময়ের 10 মিনিট আগেই স্কুলে পৌঁছে যেতো। এর বাড়ী থেকে স্কুলের দূরত্ব হল

- (a) 5 km (b) 6 km (c) 7 km (d) 8 km

5. A man arranges to pay off a debt of ₹ 3600 by 40 annual installments which form an arithmetic progression. When 30 installments were paid, he dies leaving one-third of the debt unpaid. Value of the first installment is

একজন লোক তাঁর ঋণের 3600 টাকা 40 টি বার্ষিক কিস্তিতে শোধ করবে বলে ঠিক করলেন। কিস্তির পরিমাণগুলো একটি সমান্তর শ্রেণী তৈরী করে। কিন্তু 30 তম কিস্তির টাকা শোধ করার পর লোকটি মারা গেলেন, তখনও তাঁর প্রদেয় ঋণের এক তৃতীয়াংশ বাকী ছিল। তাহলে প্রথম কিস্তির টাকার পরিমাণ ছিল –

- (a) ₹ 102 (b) ₹ 560 (c) ₹ 51 (d) ₹ 52

6. PTQ is a tangent to a circle with centre O at point T. A and B are two points on the circle such that  $\angle BTA = 40^\circ$  and  $\angle PTB = 65^\circ$ . Then the measures of  $\angle ABT$  and  $\angle ATQ$  are

O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের T বিন্দুতে PTQ একটি স্পর্শক। বৃত্তের উপর A ও B দুটি বিন্দু এমনভাবে অবস্থিত যে,  $\angle BTA = 40^\circ$  ও  $\angle PTB = 65^\circ$ । তাহলে  $\angle ABT$  ও  $\angle ATQ$  এর পরিমাপ হল –

- (a)  $60^\circ, 90^\circ$  (b)  $75^\circ, 80^\circ$  (c)  $75^\circ, 75^\circ$  (d)  $60^\circ, 70^\circ$

7. 500 persons have to dip in a rectangular tank which is 80 m long and 50 m broad. If the average displacement of water by a person is  $0.04m^3$ , then the rise in the level of water in the tank is

একটি আয়তঘন জলের ট্যাঙ্কে 500 জন লোক ডুব দেবেন। ট্যাঙ্কটির দৈর্ঘ্য 80 m এবং প্রস্থ 50 m. যদি গড়ে প্রতিটি লোক ডুবে  $0.04m^3$  জল অপসারণ করে তবে 500 জন লোক একসাথে ডুব দিলে ট্যাঙ্কের জলের উচ্চতা বৃদ্ধি হবে –

- (a) 0.005 cm (b) 0.5 cm (c) 0.2cm (d) 4 cm

8. One number is selected at random from the first 100 natural numbers. The probability that it satisfies

$$x - \frac{364}{x} \geq 12 \text{ is}$$

প্রথম 100 টি স্বাভাবিক সংখ্যা থেকে একটি সংখ্যা বেছে নেওয়া হল। সংখ্যাটি  $x - \frac{364}{x} \geq 12$  সম্বন্ধটিকে সিদ্ধ করার সম্ভাবনা হবে

- (a)  $\frac{6}{25}$  (b)  $\frac{41}{100}$  (c)  $\frac{2}{5}$  (d)  $\frac{3}{4}$

9. If  $\tan^2\theta = 1 - e^2$ , then  $\sec\theta + \tan^3\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$  is equal to

যদি  $\tan^2\theta = 1 - e^2$  হয়, তবে  $\sec\theta + \tan^3\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$  এর মান হবে —

- (a)  $\sqrt{2 - e^2}$  (b)  $(2 - e^2)^{\frac{3}{2}}$  (c)  $2 - e^2$  (d) none of these

10. Let S be a set of natural numbers with mean M. If the means of the sets  $S \cup \{15\}$  and  $S \cup \{15, 1\}$  are  $M+2$ ,  $M+1$  respectively, the number of elements of the set S is

S হল একটি স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, সেটটির পদগুলোর গাণিতিক গড় M। যদি  $S \cup \{15\}$  এবং  $S \cup \{15, 1\}$  সেট দুটির পদগুলোর গড় যথাক্রমে  $M+2$ ,  $M+1$  হয়, তবে S সেটটির পদ সংখ্যা হবে —

- (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 2

11. If a chord of a circle of radius 14 cm makes a right angle at the centre, then the area of the corresponding segment is

একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 cm। বৃত্তটির একটি জ্যা কেন্দ্রে সমকোণ তৈরী করে। তাহলে অনুরূপ বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল হবে —

- (a)  $56 \text{ cm}^2$  (b)  $98 \text{ cm}^2$  (c)  $154 \text{ cm}^2$  (d)  $560 \text{ cm}^2$

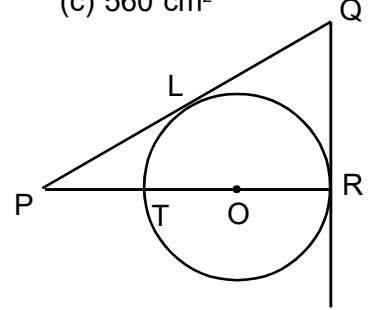
12. In the given figure, if  $PT = \frac{16}{3}$  cm and radius of the circle is  $\frac{10}{3}$  cm.

PLQ and QR are two tangents to the circle at L and R respectively. Then the length of QL is

প্রদত্ত চিত্রে  $PT = \frac{16}{3}$  সেমি এবং বৃত্তটির ব্যাসার্ধ  $\frac{10}{3}$  সেমি। L এবং R বিন্দুতে

PLQ এবং QR দুটি স্পর্শক। তাহলে QL এর দৈর্ঘ্য হল

- (a) 6 cm (b)  $5\sqrt{2}$  cm (c)  $6\sqrt{2}$  cm (d) 5 cm



13. The height of a cone is 30 cm. A small cone is cut off at the top by a plane parallel to the base, if its volume is  $\frac{1}{27}$  of the volume of the given cone, then the height above the base at which section made is

একটি শঙ্কুর উচ্চতা 30 cm। ভূমির সমান্তরাল একটি তল দিয়ে উপর দিক থেকে একটি ছোট শঙ্কু কেটে নেওয়া হল, কেটে

নেওয়া শঙ্কুটির আয়তন প্রদত্ত শঙ্কুটির আয়তনের  $\frac{1}{27}$  অংশ। ভূমি থেকে যে উচ্চতায় কাটা হয়েছিল তা হল

- (a) 20 cm (b) 15 cm (c) 18 cm (d) 10 cm

14. MN and RS are two chords of a circle, which intersect at P outside the circle. If  $PN = 3$  cm,  $MN = 5$  cm and  $PR = 2$  cm, then the value of SR is equal to

একটি বৃত্তের দুটি জ্যা MN ও RS বৃত্তের বাইরে P বিন্দুতে ছেদ করে। যদি  $PN = 3$  সেমি,  $MN = 5$  সেমি ও  $PR = 2$  সেমি হয়, তাহলে SR এর দৈর্ঘ্য হবে —

- (a) 5 cm (b) 8 cm (c) 15 cm (d) 10 cm

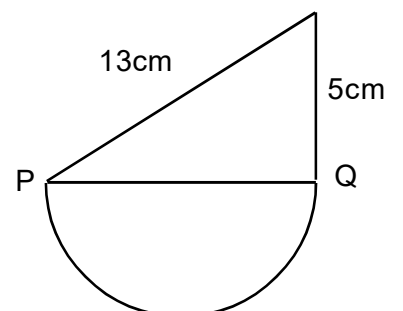
15. The value of  $\cot^2 \alpha \left( \frac{\sec \alpha - 1}{1 + \sin \alpha} \right) + \sec^2 \alpha \left( \frac{\sin \alpha - 1}{1 + \sec \alpha} \right)$  is  $\left| \cot^2 \alpha \left( \frac{\sec \alpha - 1}{1 + \sin \alpha} \right) + \sec^2 \alpha \left( \frac{\sin \alpha - 1}{1 + \sec \alpha} \right) \right|$  এর মান

- (a) 1 (b) 2 (c) -3 (d) 0

16. The diagram shows a right angled triangle and a semicircle. PQ is the diameter of the semi-circle. The perimeter of the whole diagram in cm is

চিত্রে একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং একটি অর্ধবৃত্ত দেখানো আছে। PQ হল অর্ধবৃত্তটির ব্যাস। তাহলে সম্পূর্ণ চিত্রটির পরিসীমা সেমি তে হবে —

- (a)  $13 + 8\pi$  (b)  $13 + 5\pi$   
(c)  $18 + 6\pi$  (d)  $18 + 10\pi$





26. Suppose  $a, b$  are integers and  $a+b$  is a root of  $x^2+ax+b=0$ . Find the maximum possible value of  $b^2$ .  
ধরা যাক,  $x^2+ax+b=0$  সমীকরণের একটি বীজ  $a+b$  যেখানে  $a$  ও  $b$  হল অখণ্ড সংখ্যা। তাহলে  $b^2$  এর বৃহত্তম মান নির্ণয় কর।

27. Construct a triangle with sides 4 cm, 6 cm, and 7 cm. Also construct a similar triangle to it whose sides are  $\frac{2}{5}$  times the corresponding sides of the given triangle  
4 সেমি, 6 সেমি এবং 7 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর। এই ত্রিভুজটির অনুরূপ আরেকটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার বাহুগুলির দৈর্ঘ্য প্রদত্ত ত্রিভুজের বাহুগুলির  $\frac{2}{5}$  অংশ হয়।